

۱. لرد ریلی در بحث خود پیرامون آقار غیرخطی در پدیده های آکوستیکی از معادله ی زیر بهره برد:

$$\ddot{x} - (a - bx^2)x + \omega_0^2 x = 0$$

نشان دهید که مشتق گیری از این معادله نسبت به زمان و نشانند $y = y_0 \sqrt{\frac{3b}{ax}}$ به معادله ی واندربول منجر می شود:

$$\ddot{y} - \frac{a}{y_0^2} (y_0^2 - y^2)\dot{y} + \omega_0^2 y = 0$$

۲. الف) معادله ی مقابل برای حرکت ذره ای در یک بعد را در نظر بگیرید و نمودار فاز را برای ان رسم کنید.

$$\dot{x} = \sin(x)$$

ب) حرکت ذره را در مکان های مختلف توضیح دهید.

پ) نمودار برای مکان ذره برحسب زمان بکشید. دامنه ی تعریف برای مکان بین π و $-\pi$ در نظر بگیرید.

ت) پایداری یک نقطه برای این ذره در نقاطی تعریف می شود که سرعت در آن نقاط برابر صفر است. حال پایداری را به د بخش پایدار و ناپایدار تقسیم میکنیم، با توجه به نمودار فاز توضیح دهید کدام تعادل ها پایدار و کدام یک ناپایدار هستند.

ث) تعریف سوای اینکه میدانیم نقاط تعادل به نقاط تعادل پایدار و ناپایدار تفکیک می شوند در واقع نقاط تعادلی وجود دارند که نیمه پایدار هستند به این معنی که در یک بعد از یک سمت پایدار و از سمت دیگرنا پایدار.

خب معادله ی مقابل را در نظر بگیرید ☺

$$\dot{x} = a + x^2$$

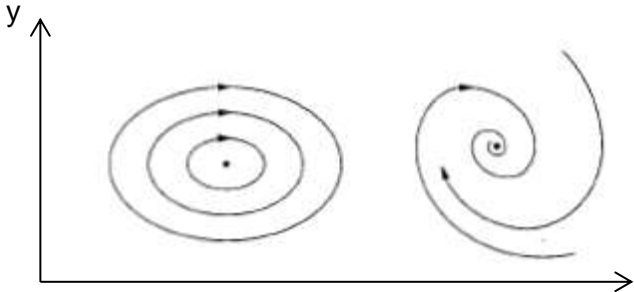
برای حالت های مختلف a نمودار فاز را رسم کرده و درمورد نقاط تعادلی در صورتی که بدست میاید بحث کنید.

(توضیح دوشاخگی چنگالی را می توان داد در $a=0$ در صورت لزوم)

۳. حال معادله ی مقابل را در نظر بگیرید:

در دو بعد نقاط تعادل را به ۵ دسته تقسیم بندی میکنیم:

نقطه ی ناپایدار- نقطه ی پایدار- چرخشی جاذب و چرخشی دافع (در واقع چرخشی پایدار و ناپایدار) و تعادل مرکزی



توجه نقطه ی تعادل راستی چرخشی جاذب

و نقطه ی تعادل چپی مرکزی است

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax + by \\ \dot{y} &= cx + dy \end{aligned}$$

برای حل معادلات بالا مطابق قبل فرض میکنیم و از رابطه ی مشتق یه بردار برابر یه ماتریس در یک بردار است استفاده کرده و جواب معادلات بالا را بدست می آوریم.

برای هر حالت بحث کنیم که نقطه ی تعادل به چه شکل رفتاری کنیم.

حال معادله برای معادله ی زیر به طور خاص نقطه ی تعادل را تعیین کرده و نوع نقطه را نشان دهید

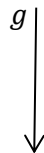
$$\dot{x} = x + y$$

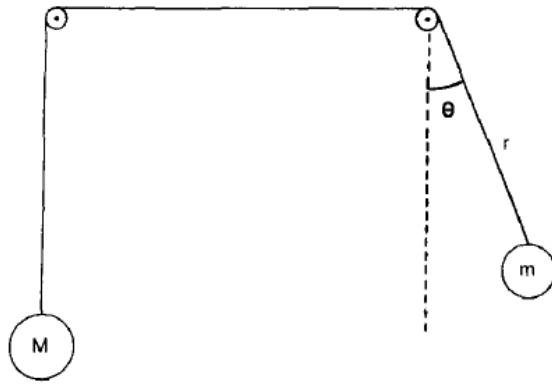
$$\dot{y} = 4x - 2y$$

۴. مطابق شکل یک سیستم متشکل از ۲ جرم M و m ($\frac{M}{m} = \mu$) را که توسط یک طناب و ۲ قرقره به یکدیگر متصل شدهاند در نظر

بگیرید. جرم m می تواند در هر دو راستای شعاعی و مماسی حرکت داشته باشد و در مقابل جرم M تنها مجاز به حرکت در راستای شعاعی است.

• در تمامی قسمت های مسئله از جرم طناب، قرقره و همچنین از نیرو های اصطکاکی صرف نظر کنید.





الف- معادله حرکت مربوط به جسم m را بنویسید.

ب- معادله حرکت مربوط به جسم M را بنویسید.

پ- با ترکیب ۲ معادله فوق یک دستگاه معادله صرفاً برای θ و μ بدست آورید.

ت- اکنون معادله بدست آمده برای قسمت پ را به صورت عددی و برای حالت های زیر حل کنید و مسیر حرکت جسم m را رسم کنید.

- a- $\mu = 2$, $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ **initial speeds = 0**
- b- $\mu = 3$, $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ **initial speeds = 0**
- c- $\mu = 4$, $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ **initial speeds = 0**
- d- $\mu = 16$, $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ **initial speeds = 0**