

تمرین درس موج - شماره ۴

زمان تحویل: ۲ اردیبهشت

سوال ۱. سیستم نوسانگر های کوپل شده ایی که در کلاس بررسی کردیم در نظر بگیرید (متشکل از جرم های آویزان از آونگ هایی به طول l که با فنر هایی با ثابت k_1 به یکدیگر متصل شده اند. جرم هر فنر را هم m نظر بگیرید). در این سیستم در نظر بگیرید که با نه تنها هر جرم را به جرم های همسایه اش متصل کرده ایم، بلکه به همسایه همسایه اش نیز اتصال داده ایم. ثابت فنر طولانی تر را k_2 در نظر بگیرید. الف. مشابه بررسی که در کلاس انجام دادیم، سیستم را بدون مرز و بی نهایت بعدی در نظر بگیرید. تقارن این سیستم را مشخص کنید. آیا با تقارن سیستمی که در کلاس بررسی کردیم متفاوت است؟ (راهنمایی: براساس شهود فیزیکی تان تقارن را حدس بزنید. سپس عملگر تقارن را مشخص کنید و نشان دهید با $M^{-1}K$ جابجا می شود. چون ماتریس ها بی نهایت بعدی هستند، بهتر است به صورت سمبلیک عمل عملگر تقارن را بر روی یک بخش دلخواه ماتریس نشان دهید. (۲۰ نمره)

ب. مدهای نوسان (نرمال مد ها) و فرکانس های مربوطه شان را برای سیستم بی نهایت بعدی بدست آورید. (۱۵ نمره)

ج. رابطه $Dispersion$ را برای این سیستم مشخص کنید. (۱۰ نمره)

د. سعی کنید با اعمال شرایط مرزی، دیوار ها را در مسئله وارد کنید. این بدان معناست که نیروی وارد بر اولین جرم فقط تابع جابجایی خودش و همسایه های سمت راستش باشد. مشابه برای آخرین جرم، نیرو فقط به جابجایی خود جرم و دو جرم سمت چپ آن دارد. ابتدا شرایط مرزی را به صورت سمبلیک مشخص کنید (۵ نمره)

ه. سپس با استفاده از مدهای سیستم بی نهایت بعدی، این شرایط را اعمال کنید (۱۵ نمره).

ی. حرکت مد هایی که از قسمت ه بدست آوردید، به چه شکل است؟ آیا شرایط مرزی که استفاده کردید، می توانند توصیف کننده دیوار در سیستم محدود بعد باشند؟

انتخابی: چه چیز در این نحوه فرآیند حل مسئله ایجاد مشکل می کند؟ (۱۵)

سوال ۲. در شرایط مرزی آزاد (باز) که در کلاس بررسی کردیم (برای نوسانگر های متصلی که فقط در راستای عمودی می توانستند حرکت کنند و دو جرم ابتدا و انتها به حلقه ایی وصل بودند که حول میله ایی فقط می توانست بالا و پایین برود) برای اعمال شرایط مرزی، دو حالت ممکن بود. یکی این که در بین جرم اول و مرز یک نقطه بیشینه یا کمینه باشد و یک حالت دیگر. حالت دیگ چیست و چرا نیازی نیست به طور جداگانه آن را در نظر بگیریم. (نشان دهید) (۱۵ نمره)