

تمرین درس موج - شماره ۲

صادق رئیسی

زمان تحویل: ۱۵ اسفند

سوال ۱. در مسئله نوسانگر میرا که در کلاس بررسی کردیم، نوسانگر حداکثر چند بار از محل تعادل حد ایش عبور می کند. (با ریاضیات اثبات کنید). (راهنمایی: شرط کلی را بدست آورید و برای سه حالت نوسان میرا به صورت مجزا مسئله را بررسی کنید. (۱۵ نمره)

سوال ۲. در مسئله نوسانگر میرا که در کلاس بررسی کردیم، دیدیم که فرکانس نوسانات با نرخ میرایی Γ وابستگی پیدا می کند. در این سوال می خواهیم بینیم این وابستگی تا چه حد است.

الف. حالتی را در نظر بگیرید که فرکانس نوسانگر میرا 20% با فرکانس طبیعی نوسانگر، ω_0 تفاوت داشته باشد. ($\omega = 1.8\omega_0$) مقدار Γ را بدست آورید. با این نرخ میرایی، دامنه نوسانات را بعد از دو دوره تناوب بدست آورید. (۱۰ نمره)

ب. نمودار حاصل ضرب $e^{-\Gamma T/2}$ و $\omega_0 - \omega$ را برای $\omega = 1$ بر حسب Γ رسم کنید. توجه داشته باشید که $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ از این نمودار چه تعبیری می توان کرد؟ (در ارتباط با قسمت قبل) (۱۰ نمره)

ج. در قسمت قبل نقطه ماکزیمم را بر حسب فرکانس طبیعی سیستم محاسبه کنید. می توانید ابتدا تفاوت فرکانس را از فرکانس طبیعی سیستم تا مرتبه دوم نسبت به $\frac{\Gamma}{\omega_0}$ حساب کنید تا محاسبات آسان تر شود. (۱۰ نمره)

سوال ۳. الف. انرژی را برای نوسانگری که میرایی دارد بدست آورید. (نیروی اصطکاک را همانند کلاس و کتاب، به شکل $F = m\Gamma v$ در نظر بگیرید. (۱۵ نمره)
ب. آیا انرژی در قسمت (الف) پایسته است؟ توضیح دهید. نرخ تغییر انرژی میانگین، یعنی $\frac{dE}{dt}$ را بر حسب میانگین انرژی سیستم محاسبه کنید. راهنمایی: میانگین انرژی در چند دوره تناوب برابر می شود به دو برابر انرژی جنبشی و یا انرژی پتانسیل سیستم. (۱۵ نمره)

د. نرخ تغییر انرژی متوسط که در قسمت قبل بدست آوردید را تعبیر کنید. (۵ نمره)
سوال ۴. در این سوال می خواهیم به بررسی نوسانگر وان در پول پردازیم. این یک نوسانگر میرا است که میرایی در آن غیر خطی است و به شکل زیر به مکان نوسانگر بستگی دارد

$$F = m\mu(1 - x^2)\dot{x}(t)$$

و نیروی بازدارنده (*restroingforce*) شیبه نیروی فنر به شکل

$$F = -kx(t)$$

جرم و ثابت فنر را یک در نظر بگیرید.

الف. معادله دینامیک این نوسانگر را بدست آورید. (۵ نمره)

ب. معادله را به شکل تحلیلی حل کنید. (۵ نمره)

ج. معادله را به شکل عددی حل کنید (با استفاده از یک نرم افزار ریاضی) و نمودار فضای فاز را بدست آورید. (۱۰ نمره)