

ساز و کار هماهنگی برای زمان بندی خودخواهانه، بازنگری از منظر میانگین*

محمد هادی فروغمند اعرابی[†]، وحید رحیمیان[‡]، محمد قدسی[§]

چکیده

هدف ما در این مقاله، طراحی و تحلیل مکانیزم های هماهنگی برای نسخه های مختلف مساله زمان بندی خودخواهانه می باشد. ما در اینجا فرض می کنیم که فعالیت ها خودخواه هستند و بنابراین بر روی ماشینی می روند که نارضایتی شخصی آن ها را کمینه کند. در یک مکانیزم هماهنگی، نارضایتی هر فعالیت تنها به مجموعه فعالیت هایی که روی همان ماشین زمان بندی شده اند بستگی دارد. ما در اینجا به ویژگی هایی از راه حل عمومی که بر اساس استراتژی های خودخواهانه فعالیت ها در یک تعادل نش بوجود می آیند علاقه مند هستیم. در اینجا به طور خاص کمینه کردن میانگین زمان اتمام فعالیت ها هدف قرار گرفته است. در این مقاله، ما چهار دسته متفاوت از مسائل زمان بندی بر روی چند ماشین موازی را در نظر گرفته، سه مکانیزم هماهنگی را برای آن ها بررسی کرده و حدود بالا و پایینی را برای آن ها کرده ایم.

واژه های کلیدی

زمان بندی خودخواهانه، مکانیزم هماهنگی، تعادل نش، هزینه هرج و مرج، الگوریتم تقریبی

Coordination Mechanism for Selfish Scheduling, Review from Average Perspective

Mohammad Hadee Foughmand Araabi, Vahid Rahimian, Mohammad Ghodsi

Abstract

In this paper, we design and analyse coordination mechanisms for different variants of selfish scheduling. We assume that jobs are selfish and decide to go to a machine to minimize their disutility. In a coordination mechanism, the disutility of each job is computed only based of the set of jobs that are scheduled on the same machine. We are interested in properties of the global solution imposed by the selfish strategies of the jobs in a Nash equilibrium. In particular, we are interested in minimizing the average of finishing times as the social function. We consider four classes of scheduling problems on parallel machines and analyse three different mechanisms for them to prove lower and upper bounds.

Keywords

Selfish Scheduling, Coordination Mechanism, Nash Equilibrium, Price of Anarchy, Approximation Factor.

* این مقاله توسط انجمن کامپیوتر ایران پشتیبانی شده است.

[†] دانشگاه صنعتی شریف، foroughmand@ce.sharif.edu.

[‡] دانشگاه صنعتی شریف، rahimian@ce.sharif.edu.

[§] دانشگاه صنعتی شریف، هسته علوم کامپیوتر مرکز تحقیقات فیزیک نظری، ghodsi@sharif.edu این نویسنده توسط هسته علوم کامپیوتر مرکز تحقیقات فیزیک نظری به صورت نسبی پشتیبانی می شود.

1- مقدمه

این با ظهور و توسعه اینترنت، سیستم‌های خودگردان¹ بزرگ به شدت متداول شده‌اند. این سیستم‌ها شامل تعداد زیادی عامل² مستقل و خودخواه³ هستند که بر روی یک منبع مشترک (مانند پهنای باند در یک شبکه یا توان پردازشی در یک محیط پردازش موازی) در حال رقابت می‌باشند. در بسیاری از این سیستم‌ها، قرار دادن یک قدرت متمرکز⁴ بر روی همه کاربران غیر ممکن است. یک قدرت متمرکز تنها می‌تواند استراتژی‌هایی را طراحی کند و امیدوار باشد که با وجود این استراتژی‌ها، انتخاب‌های مستقل و خودخواهانه کاربران منجر به نتایج دسته جمعی مطلوبی گردد. به عنوان مثال‌های عملی این مساله، می‌توان به مسیر یابی هوشمندانه میان سیستم‌های خودگردان در شبکه اینترنت، و تخصیص خودخواهانه کاربران در شبکه‌های محلی بی‌سیم اشاره کرد.

این راه کار که طراحی مکانیزم⁵ نامیده می‌شود، اخیراً توجه زیادی را به خود جلب نموده است (برای مثال به [7] مراجعه شود). هدف طراحی قوانینی در سطح سیستم است که در کنار تصمیمات خودخواهانه عامل‌ها، منفعت کل سیستم را بیشینه نماید. درجه‌ای که این قوانین، منفعت کل سیستم را در بدترین حالت تعادل⁶ تقریب می‌زنند، هزینه هرج و مرج⁷ نام دارد. در این راستا، برای دسته وسیعی از بازی‌ها تلاش‌های گسترده‌ای برای طراحی مکانیزم‌هایی با هدف کمینه کردن هزینه هرج و مرج انجام شده است که می‌توان آنها را در سه دسته زیر تقسیم‌بندی کرد.

یک دسته از تلاش‌های انجام شده در این زمینه ([1] و [2]) قرار دادن انگیزه اقتصادی بر روی کاربران به شکل مالیات⁸ را مورد بررسی قرار می‌دهند. به عنوان مثال، برای اینکه یک کاربر استراتژی مشخصی را در مسیریابی در شبکه دنبال کند، وی باید میزان پول مشخصی را به قدرت مرکزی پرداخت نماید که این امر بر میزان رضایت کاربر از آن استراتژی تأثیر می‌گذارد.

دسته‌ای دیگر از این تلاش‌ها ([6] و [8]) فرض می‌کنند که قدرت مرکزی قادر است تا بخشی از کاربران را وادار به دنبال کردن استراتژی‌های مشخصی بنماید و بدین ترتیب مثلاً میزان استفاده از یک منبع نامحبوب را افزایش دهد. این عمل قدرت مرکزی به استراتژی استیکلبرگ⁹ شهرت دارد.

مشی سوم، که ما نیز در این مقاله آن را دنبال کرده‌ایم، مکانیزم‌های هماهنگی¹⁰ نامیده می‌شود. مشکل جدی روش‌های بالا این است که محاسباتشان نیازمند دانش سراسری از سیستم می‌باشد و بنابراین پیچیدگی ارتباطی¹¹ بالایی دارند. در بسیاری از اوقات، انجام محاسبات مکانیزم به صورت محلی فاکتور مهمی محسوب می‌گردد. یک مکانیزم هماهنگی، یک سیاست محلی به ازای هر استراتژی s است که هزینه‌ای را به s به صورت تابعی از عامل‌هایی که s را انتخاب کرده‌اند نسبت می‌دهد.

به عنوان مثال، یک بازی زمان بندی خودخواهانه¹²، که در آن n فعالیت (عامل)، m ماشین، و زمان پردازش $P_{i,j}$ برای انجام هر فعالیت i بر روی هر ماشین j وجود دارد را در نظر بگیرید. هر فعالیت ماشینی را برای اجرا شدن انتخاب می‌کند که زمان اتمام خودش را کمینه نماید، در حالی که هدف جمعی¹³ کمینه کردن مجموع زمان اجرای کل فعالیت‌ها می‌باشد. یک مکانیزم هماهنگی برای ایت بازی، یک سیاست محلی به ازای هر ماشین می‌باشد که مشخص کننده نحوه زمان بندی فعالیت‌های تخصیص یافته به آن ماشین می‌باشد. شایان ذکر است که سیاست یک ماشین باید تنها تابع فعالیت‌های اختصاص یافته به همان ماشین باشد. این امر امکان پیاده سازی کاملاً توزیع شده سیاست‌ها را می‌دهد که مزیت عمده‌ای بر استراتژی‌های مالیات و استیکلبرگ می‌باشد.

برای تحلیل این مکانیزم‌ها، از روش‌های تحلیل الگوریتم‌های تقریبی استفاده می‌شود. یک الگوریتم تقریب p یک الگوریتم چند جمله‌ای است که همیشه راه حلی از مساله که حداکثر تابع هدفی p برابر بدتر از جواب بهینه دارد را پیدا می‌کند. [3] Graham نشان داد که وقتی فعالیت‌ها روی ماشین‌های موازی مشابه توسط یک قاعده زمان بندی بر اساس لیست¹⁴ زمان بندی گردند، آن الگوریتم قادر به تضمین زمان بندی با طول با درجه تقریب دو نسبت به حالت بهینه می‌باشد. در [4] تلاش‌های عمده‌ای در زمینه ارائه تکنیک‌های کلی برای طراحی الگوریتم‌های تقریبی برای مساله NP-سخت زمان بندی با تابع هدف میانگین کمینه انجام شده است. همچنین در [5] تحلیل‌هایی مشابه آنچه در این مقاله خواهد آمد برای حل مساله زمان بندی باهدف کمینه کردن بیشینه زمان اتمام فعالیت‌ها انجام شده است.

در هر سیستم زمان بندی، دو معیار مجموع زمان اتمام فعالیت‌ها و میانگین زمان اتمام فعالیت‌ها رابطه خطی مستقیم با هم دارند (با نسبت n ، یعنی تعداد فعالیت‌ها). در نتیجه کمینه کردن یکی از آن‌ها و تحلیل تقریبی آن، معادل با کمینه کردن یا تحلیل تقریبی معیار دیگر می‌باشد. پس هزینه‌ی هرج و مرج برای هر دو معیار یکسان می‌باشد.

در این مقاله ما به تحلیل معیار مجموع زمان اتمام فعالیت‌ها می‌پردازیم. نتایج به دست آمده در جدول (1) نمایش داده شده است. به علت محدودیت تعداد صفحات مقاله تنها صورت قضیه‌ها و اثبات یکی از قضایا در متن مقاله آمده است.

1-1- تعاریف

ما در اینجا چهار دسته از مسائل زمان بندی را بررسی می‌کنیم. در تمام این مسائل، ما علاقه مند به کمینه کردن مجموع زمان اتمام فعالیت‌ها ($\sum C_i$) به عنوان تابع هدف زمان بندی می‌باشیم. این چهار دسته مساله عبارتند از:

1. زمان بندی یکسان ($P \parallel \sum C_i$) که در آن زمان

اجرای هر فعالیت روی تمام ماشین‌ها یکسان است و

C_i^O را زمان پایان کار i در حالت بهینه و C_i' را زمان پایان آن کار در حالت تعادل می‌نامیم.

جدول (1): حدود بالا و پایین هزینه هرج و مرج برای مساله‌ها و استراتژی‌های متفاوت

پایان همزمان	نخست کوتاه‌ترین	نخست بلندترین
$\frac{n}{m} \leq P \leq n$	$P \leq 2 - \frac{1}{m+1}$	$n \leq P \leq n$
$\frac{n}{m} \leq P \leq n$	$P \leq O(\log m)$	$n \leq P \leq n$
$\frac{n}{m} \leq P$	$2 - \frac{1}{m} \leq P \leq O(\log m)$	$n \leq P$
بدون حد	$P \leq m$	بدون حد

2- نتایج

قضیه: در مساله‌ی $X \parallel C_{\max}$ که X می‌تواند هر کدام از حروف P, Q, B, R و ... باشد، در صورتی که $\rho(X \parallel C_{\max}, SF)$ تنها تابعی از m باشد خواهیم داشت:

$$\rho(X \parallel \sum C, SF) \leq \rho(X \parallel C_{\max}, SF)$$

برای مثال چون برای مساله‌ی $\rho(X \parallel C_{\max}, SF)$ در [5]

حد بالای $2 - \frac{2}{m+1}$ به دست آمده، پس حد بالای هزینه ی هرج و

مرج در مساله‌ی $\rho(X \parallel \sum C, SF)$ ، همان عدد $2 - \frac{2}{m+1}$ خواهد بود.

اثبات: شماره گذاری کارها را به ترتیب طولشان با علامت‌های $1', \dots, n'$ انجام می‌دهیم.

در بررسی حالت بهینه فرض می‌کنیم کارها بر حسب زمان پایانشان مرتب شده‌اند پس $C_i^O \geq \max_{j \in \{1', \dots, i'\}} C_j^O$. در صورتی که در مجموعه‌ی $\{1', \dots, i'\}$ کوتاه‌ترین کار را با کار $1'$ جایگذاری کنیم (در صورت تفاوت) مقدار ρ مورد نظر زیاد نخواهد شد. و همچنین می‌توان این کار را ادامه داد. پس

$$\sum C_i^O \geq \sum \max_{j \in \{1', \dots, i'\}} C_j^O$$

حالت‌های تعادل کارها در مساله‌ی کمینه کردن مجموع زمان‌های پایان با مساله‌ی کمینه کردن آخرین زمان پایان یکی است.

زمان اتمام کار i' تنها به کارهای با طول کوتاه‌تر از آن مرتبط است. زیرا تنها آن کارها هستند که ممکن است قبل از کار i' اجرا شوند. پس در صورتی که وضعیت کلی کارها در حالت تعادل باشد، به ازای تمام i' ها زیر مجموعه‌ی القایی $\{1', \dots, i'\}$ از کارها نیز در

$$C_i^O \geq \max_{j \in \{1', \dots, i'\}} C_j^O$$

حالت تعادل قرار دارند. پس $C_i^O \geq \max_{j \in \{1', \dots, i'\}} C_j^O$. حال جوابی در حالت تعادل را در نظر می‌گیریم. در این جواب به ازای تمام i' ها کارهای مجموعه‌ی $\{1', \dots, i'\}$ حالت تعادل دارند و

$$C_i^O \leq \max_{j \in \{1', \dots, i'\}} C_j^O$$

چون چیدمان کارها در زیر مجموعه‌ی القایی $\{1', \dots, i'\}$ در حالت تعادل است، پس

تنها به طول آن فعالیت بستگی دارد) $(P_{i,j} = P_{i,k} = P_i)$ برای هر فعالیت i و هر ماشین $(k$ و $j)$.

2. زمان بندی یکپارچه $(Q \parallel \sum C_i)$ که در آن زمان اجرای هر فعالیت به طول آن فعالیت و سرعت ماشینی

که روی آن اجرا می‌گردد بستگی دارد $(p_{i,j} = \frac{P_i}{s_j})$

برای هر فعالیت i با طول P_i و هر ماشین j با سرعت (s_j) .

3. زمان‌بندی دوبخشی یا انتصاب محدود¹⁶ $(B \parallel \sum C_i)$ که در آن زمان هر فعالیت i تنها

میتواند بر روی زیر مجموعه‌ای از ماشین‌ها (مثلاً S_i) و نه تمام آن‌ها اجرا شود $(p_{i,j} = P_i)$ اگر $j \in S_i$ و $p_{i,j} = \infty$ اگر $j \notin S_i$.

4. زمان بندی غیر مرتبط $(R \parallel \sum C_i)$ که در آن زمان هر فعالیت i بر روی هر ماشین j $(P_{i,j})$ می‌تواند هر عدد مثبت دلخواهی باشد.

ما در این مقاله به بررسی سه استراتژی در طراحی مکانیزم‌های هماهنگی پرداخته‌ایم. نارضایتی هر فعالیت در هر استراتژی زمان اتمام آن فعالیت می‌باشد. رتبه‌بندی فعالیت‌های هر ماشین تنها به فعالیت‌های قرار گرفته بر روی همان ماشین بستگی دارد. در استراتژی‌های LF و SF ، ما فعالیت‌ها را بر اساس زمان پردازش آن‌ها به صورت صعودی یا نزولی مرتب می‌کنیم. در استراتژی پایان همزمان¹⁷ فعالیت‌های هر ماشین را در انتهای پردازش تمام فعالیت‌ها بر روی آن ماشین آزاد می‌کنیم. توجه این استراتژی آن است که تمام فعالیت‌های یک ماشین باید از بار سراسری بر روی آن ماشین تاثیر پذیرند.

هر فعالیت ماشینی را انتخاب می‌کند که زمان اتمام آن را کمینه نماید. ما علاقه‌مند به ویژگی‌هایی از راه حل سراسری هستیم که از استراتژی‌های فعالیت‌های خودخواه در یک تعادل نش خالص¹⁸ حاصل می‌گردند. ما بر روی مجموع زمان اتمام فعالیت‌ها تمرکز خواهیم کرد و به بررسی هزینه هرج و مرج هر استراتژی (نسبت مجموع زمان اتمام بیشینه) در یک تعادل نش خالص (نسبت به حالت بهینه) خواهیم پرداخت. نتایج کار در جدول ۱ خلاصه شده است.

به منظور سادگی نوشتار مطلب، نمادی برای نمایش مساله‌ای مشخص با استراتژی خاص تعیین می‌کنیم. هزینه ی هرج و مرج در مساله‌ی P برای استراتژی S را با نماد $\rho(P, S)$ نمایش می‌دهیم. برای مثال $\rho(Q \parallel \sum C_i, SF)$ به معنای بیشینه‌ی هزینه‌ی هرج و مرج برای مساله‌ی $\sum C_i$ با استراتژی نخست کوتاه‌ترین می‌باشد. در اثبات‌ها C_i را زمان پایان کار i می‌نامیم و

- [3] R. L. Graham, *Bounds for Certain Multiprocessing Anomalies*, Bell System Tech, J. 45 1563-1581, 1966.
- [4] L. A. Hall, A.S. Schulz, D.B. Shmoys, J. Wein, *Scheduling to Minimize Average Completion Time: Off-line and On-line Approximation Algorithms*, In Proceedings of the 7th Annual ACM/SIAM Symposium on Discrete Algorithms, pages 142-151, 1996.
- [5] N. Immorlica, Li, S. V. Mirrokni, *Coordination Mechanism for Selfish Scheduling*, WINE, 2005.
- [6] Y. A. Korilis, A. A. Lazar, and A. Orda. *Achieving Network Optima Using Stackelberg Routing Strategies*. IEEE/ACM Transactions on Networking, 5(1):161-173, 1997.
- [7] N. Nisan, and A. Ronen. *Algorithmic Mechanism Design*, In STOC, pages 129-140, 1999.
- [8] T. Roughgarden. *Stackelberg Scheduling Strategies*. In STOC, pages 104-113, 2001.

زیر نویس ها

- ¹ autonomous
² agent
³ selfish
⁴ centralized authority
⁵ Mechanism Design
⁶ equilibrium
⁷ Price of Anarchy
⁸ toll
⁹ Stackelberg
¹⁰ Coordination Mechanisms
¹¹ communication complexity
¹² selfish scheduling game
¹³ social objective
¹⁴ ρ approximation algorithm
¹⁵ list-scheduling rule
¹⁶ Bipartite or restricted assignment
¹⁷ makespan
¹⁸ pure Nash equilibrium

خواهیم $C'_i \leq \rho(X \| C_{\max}, SF) \times \max_{j \in \{1, \dots, i\}} C_j^0$.

داشت

$$\sum C'_i \leq \rho(X \| C_{\max}, SF) \times \sum_{j \in \{1, \dots, i\}} \max C_j^0$$

که نتیجه مورد نظر را حاصل می کند.

قضیه: حد بالای هزینه ی هرج و مرج در مساله ی $Q \| \sum C_i$

با استراتژی نخست بلندترین حداکثر n خواهد بود.

نتیجه: حد بالای هزینه ی هرج و مرج در مساله ی $P \| \sum C_i$ با

استراتژی نخست بلندترین حداکثر n خواهد بود.

قضیه: مقدار مساله ی $\rho(Q \| \sum C_i, Makespan)$

حداکثر n است.

قضیه: مساله های $\rho(R \| \sum C_i, Makespan)$ و

$\rho(R \| \sum C_i, LF)$ حد پایین ندارند. یعنی حد پایینشان به

طول کارها وابسته است.

قضیه: مساله ی $\rho(P \| \sum C_i, LF)$ دارای حد پایین هرج و

مرج n می باشد.

نتیجه: مساله های $\rho(Q \| \sum C_i, LF)$ و

$\rho(B \| \sum C_i, LF)$ دارای حد پایین هرج و مرج n می باشند.

قضیه: مساله ی $\rho(B \| \sum C_i, SF)$ حد پایین $2 - \frac{1}{m}$

دارد.

قضیه: مساله ی $\rho(B \| \sum C_i, Makespan)$ دارای حد

پایین $\frac{n}{4}$ است.

نتیجه: مساله های $\rho(Q \| \sum C_i, Makespan)$ و

$\rho(B \| \sum C_i, Makespan)$ دارای حد پایین $\frac{n}{4}$ هستند.

3- نتیجه گیری

در ادامه و گسترش این کار، پیدا کردن حدود بالا و پایین دقیق تر،

پیدا کردن مثال های سخت برای همه حدود، و تحلیل مکانیزم های

هماهنگ کننده دیگر و روی نسخه های دیگر مساله زمان بندی مورد

توجه می باشد.

مراجع

- [1] R. Cole, Y. Doris, and T. Roughgarden. *How Much Can Taxes Help Selfish Routing?*, In EC, pages 98-107, 2003.
- [2] L. Fleischer, K. Jain, and M. Mahdian. Tolls for Heterogeneous Selfish Users in Multicommodity Networks and Generalized Congestion Games. In FOCS, pages 227-285, 2004.