

۳۱- سری فوریه سینوسی دوگانه تابع  $f(x, y)$  در دامنه‌های  $0 < x < L$  و  $0 < y < K$  عبارت است از

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} b_{mn} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{K}\right)$$

سری فوریه دوگانه تابع  $f(x, y) = xy$  برای  $0 < x < \pi$  و  $0 < y < \pi$  کدام است؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f_{nm}}{\pi^2} \sin(nx) \sin(my) \quad (۲)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f}{nm} \sin(nx) \sin(my) \quad (۱)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{nm}{f} \sin(nx) \sin(my) \quad (۴)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f\pi^2}{nm} \sin(nx) \sin(my) \quad (۳)$$

۳۲- کدام یک از معادلات دیفرانسیل را می‌توان با استفاده از روش جداسازی متغیرها حل نمود؟

$$I. \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + f(x)$$

$$II. \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right]$$

(۱) هر دو معادله قابل حل هستند.

(۳) معادله I قابل حل نیست ولی II قابل حل است.

(۴) معادله II قابل حل نیست ولی I قابل حل است.

۳۳- معادله گرما به صورت زیر:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad ; \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

با شرایط:  $u(x, 0) = f(x)$ ,  $u_x(0, t) = 0$  و  $u_x(\pi, t) = 0$  را در نظر می‌گیریم. شکل کلی جواب  $u(x, t)$  عبارت است از  $A_0$  و  $E_n$  ضرایبی ثابت‌اند:

$$\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-a^2 n^2 t} \cos(nx) \quad (۲)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-a^2 n^2 t} \sin nx \quad (۱)$$

$$\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-a^2 n^2 t} \cos(n\pi x) \quad (۴)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-a^2 n^2 t} \sin n\pi x \quad (۳)$$

۳۴- خط  $y = \frac{x}{2}$  از صفحه مختلط  $z$ ,  $z = x + iy$  تحت نگاشت  $w = \frac{1}{z}$  به کدام منحنی در صفحه  $w$  تبدیل می‌شود؟

$$v = +\frac{1}{2}u \quad (۲)$$

$$v = -2u \quad (۱)$$

$$v = -\frac{1}{2}u \quad (۴)$$

$$v = +2u \quad (۳)$$

۳۵- پاسخ انتگرال مختلط  $\oint_C \frac{2z+1}{z^3 - iz^2 + 6z} dz$  کدام است؟ (منحنی C دایره‌ای است به شعاع  $\frac{1}{3}$  و به مرکز  $2i$ )

$$2\pi i \quad (۲)$$

(۱) صفر

$$\frac{\pi}{15} (12 + 2i) \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{15} (12 - 2i) \quad (۳)$$

۳۱- سری فوریه سینوسی دوگانه تابع  $f(x, y)$  در دامنه‌های  $0 < x < L$  و  $0 < y < K$  عبارت است از

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} b_{mn} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{m\pi y}{K}\right)$$

سری فوریه دوگانه تابع  $f(x, y) = xy$  برای  $0 < x < \pi$  و  $0 < y < \pi$  کدام است؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f_{nm}}{\pi^2} \sin(nx) \sin(my) \quad (۲)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f}{nm} \sin(nx) \sin(my) \quad (۱)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{nm}{f} \sin(nx) \sin(my) \quad (۴)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{f\pi^2}{nm} \sin(nx) \sin(my) \quad (۳)$$

۳۲- کدام یک از معادلات دیفرانسیل را می‌توان با استفاده از روش جداسازی متغیرها حل نمود؟

$$\text{I. } \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + f(x)$$

$$\text{II. } \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left[ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right]$$

(۲) هیچ کدام از دو معادله قابل حل نیستند.

(۱) هر دو معادله قابل حل هستند.

(۴) معادله II قابل حل نیست ولی I قابل حل است.

(۳) معادله I قابل حل نیست ولی II قابل حل است.

۳۳- معادله گرما به صورت زیر:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad ; \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

با شرایط:  $u(x, 0) = f(x)$ ,  $u_x(0, t) = 0$  و  $u_x(\pi, t) = 0$  را در نظر می‌گیریم. شکل کلی جواب  $u(x, t)$  عبارت است از  $A_0$  و  $E_n$  ضرایبی ثابت‌اند):

$$\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-a^2 n^2 t} \cos(nx) \quad (۲)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-a^2 n^2 t} \sin nx \quad (۱)$$

$$\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-a^2 n^2 t} \cos(n\pi x) \quad (۴)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-a^2 n^2 t} \sin n\pi x \quad (۳)$$

۳۴- خط  $y = \frac{x}{2}$  از صفحه‌ی مختلط  $z = x + iy$  تحت نگاشت  $w = \frac{1}{z}$  به کدام منحنی در صفحه‌ی  $w$  تبدیل می‌شود؟  $(w = u + iv)$

$$v = +\frac{1}{2}u \quad (۲)$$

$$v = -2u \quad (۱)$$

$$v = -\frac{1}{2}u \quad (۴)$$

$$v = +2u \quad (۳)$$

۳۵- پاسخ انتگرال مختلط  $\oint_C \frac{2z+1}{z^3 - iz^2 + 6z} dz$  کدام است؟ (منحنی C دایره‌ای است به شعاع  $\frac{1}{3}$  و به مرکز  $3i$ )

$$2\pi i \quad (۲)$$

$$(۱) \text{ صفر}$$

$$\frac{\pi}{15} (12 + 2i) \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{15} (12 - 2i) \quad (۳)$$