

۴۸- آرایه $A[1..n]$ از اعداد داده شده است. می‌خواهیم با مقایسه‌ی اعداد آرایه، دو عدد x و y ($x < y$) را به دست آوریم به طوری که n عنصر A مقداری کم‌تر از x ، n عنصر A مقداری بین x و y و n عنصر بقیه مقداری بیشتر از y داشته باشند. یک الگوریتم کارا برای حل این مسئله به میزان $M(n)$ حافظه‌ی اضافی (علاوه بر حافظه‌ی A) مصرف می‌کند و به زمان $T(n)$ نیاز دارد. کدام‌یک، بهترین جواب برای این مسئله است؟

$$(۱) \quad T(n) = O(n) \text{ و } M(n) = O(n) \quad (۱)$$

$$(۲) \quad T(n) = O(n) \text{ و } M(n) = O(1) \quad (۲)$$

$$(۳) \quad T(n) = O(n^2) \text{ و } M(n) = O(1) \quad (۳)$$

$$(۴) \quad T(n) = O(n \lg n) \text{ و } M(n) = O(n) \quad (۴)$$

۴۹- فرض کنید که n عنصر با کلیدهای مجزا از هم را با استفاده از یک تابع در هم‌سازی ساده و یکنواخت در یک آرایه به اندازه‌ی m درج می‌کنیم. با این تابع احتمال آن که دو عنصر دلخواه و متفاوت به یک درایه نگاشت شوند برابر است. میانگین تعداد برخوردهای دو عنصر چقدر است؟

$$(۱) \quad O(n/m) \quad (۲) \quad O(m/n) \quad (۳) \quad O(n^2/m) \quad (۴) \quad O(n^2/m^2)$$

۵۰- برای ۴ الگوریتم زیر برای گراف با n رأس و $O(n)$ یال ۶ زمان اجرا به ترتیب از A تا F داده شده است:
 ۱- دایکسترا، ۲- پریم، ۳- بلمن فور، ۴- همه‌ی کوتاه‌ترین مسیرها از یک رأس در یک DAG (گراف جهت‌دار و بدون دور)
 بهترین گزینه برای زمان اجرای هر الگوریتم کدام‌یک می‌باشد؟

$$A) O(\log n), \quad B) O(n), \quad C) O(n \log n), \quad D) O(n^2), \quad E) O(n^2 \log n), \quad F) O(n^2)$$

$$(۱) \quad 1:D, 2:C, 3:F, 4:C$$

$$(۲) \quad 1:C, 2:D, 3:F, 4:F$$

$$(۳) \quad 1:D, 2:D, 3:D, 4:B$$

$$(۴) \quad 1:C, 2:C, 3:D, 4:B$$

۵۱- چند تا از عبارات‌ها صحیح هستند؟

- BFS از پشته استفاده می‌کند.

- درخت پوشای بیشینه را می‌توان در $O(E \log V)$ ساخت.

- یک درخت پوشای کمینه ممکن است شامل یال با بیشترین وزن باشد.

- درخت عمق اول و سطح اول یک گراف مانند هم‌اند.

$$(۱) \quad \text{صفر} \quad (۲) \quad ۱ \quad (۳) \quad ۲ \quad (۴) \quad ۳$$

۵۲- گراف بدون جهت G با n رأس و e یال را «تک - دوره» می‌گوییم، اگر هم‌بند باشد و فقط یک عدد دور داشته باشد. با چه سرعتی می‌توان درخت فراگیر کمینه‌ی یک گراف تک - دوره با وزن‌های مثبت را به دست آورد؟

$$(۱) \quad O(n^2) \quad (۲) \quad O(e+n) \quad (۳) \quad O(e+n \lg n) \quad (۴) \quad O(en)$$

۵۲- در صورتی که $d[v]$ نخستین زمان ملاقات گروه v در جستجوی سطح اول باشد، کدام عبارت در مورد جستجوی سطح اول یک گراف جهت‌دار نادرست است؟

$$(۱) \quad \text{برای هر } (u, v) \text{ Back edge داریم, } 0 \leq d[v] \leq d[u]$$

$$(۲) \quad \text{برای هر Cross edge } (u, v) \text{ داریم, } d[v] \leq d[u] + 1$$

$$(۳) \quad \text{تعداد Tree Edge های حاصل کمتر از بقیه یال‌ها هستند.}$$

$$(۴) \quad \text{هیچ forward edge وجود ندارد.}$$