

۵۹ - رویه partition در quicksort به صورت زیر است:

*Partition* ( $A, p, r$ ) $x := A[p]; i := p - 1; j := r + 1;$ *while*(true)*repeat*  $j := j - 1$  *until*  $A[j] \leq x$ *repeat*  $i := i + 1$  *until*  $A[i] \geq x$ *if* ( $i < j$ ) *then* *swap* ( $A[i], A[j]$ ) *else return*  $j$ *end**end*

و خود quicksort

*Quicksort* ( $A, p, r$ ) $q :=$  *if*  $p < r$  *then begin**partition*( $A, p, r$ )*Quicksort* ( $A, p, r$ )*Quicksort* ( $A, q + 1, r$ )*end*اگر  $A$  با  $n$  عنصر نامساوی در ابتدا بر عکس مرتب باشد. تعداد تعویض‌ها دقیقاً چند تاست؟

$$\begin{array}{ccccccc} \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil & (1) & n & (2) & n-1 & (3) & 2n-2 & (4) \end{array}$$

۶۰ - یک گراف  $G = (V, E)$  با یک یال  $e = (u, v)$  را در نظر بگیرید. می‌خواهیم درخت فراگیر کمینه (MST) برای این گراف پیدا کنیدکه حتماً شامل  $e$  باشد. کدام یک از راه‌های زیر همیشه درست است؟(۱)  $e$  را حذف می‌کنیم (بدون حذف  $u$  و  $v$ )، MST گراف حاصل را به دست می‌آوریم و سپس  $e$  را اضافه می‌کنیم.(۲)  $u$  و  $v$  را در هم ادغام می‌کنیم و MST گراف حاصل را به دست می‌آوریم. سپس  $e$  را اضافه می‌کنیم.(۳) همه یال‌های متصل به  $u$  و  $v$  را حذف می‌کنیم. MST گراف حاصل را به دست می‌آوریم و سپس  $e$  را اضافه می‌کنیم.

(۴) این مسئله راه‌حل چند جمله‌ای ندارد.

۶۱ - فرض کنید  $L_n$  مجموعه‌ی نقاط  $(i, j)$  با مختصات صحیح باشد به طوری که:  $i \geq 0$  و  $j \geq 0$  و  $i + j \leq n$  و  $N_n(i, j)$  مجموعه‌ی نقاط «همسایه» نقطه‌ی  $i, j$  است. می‌گوییم  $(i, j)$  و  $(k, m)$  همسایه هستند اگر مختصات این دو نقطه حداکثر یک واحد اختلاف داشته باشند. به عبارت دقیق‌تر:

$$N_n(i, j) = \{(k, m) \in L_n : |i - k| \leq 1 \text{ or } |j - m| \leq 1\}$$

برای  $n > 3$  و برای نقاط  $(i, j) \in L_n$ ، مقادیر مختلفی که مجموعه‌ی  $N_n(i, j)$  می‌تواند داشته باشد چند تا است؟

(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۷

۶۲ - در یک گراف  $N$  گره با شماره‌های ۱ تا  $N$  موجود است از هر گره  $i$  به تمامی گره‌هایی که شماره آن از  $i$  بزرگتر است یک یال وجود دارد تعداد مسیرهای ممکن از گره ۱ به  $N$  را محاسبه کنید.

$$\sum_{i=1}^N i \quad (۴) \quad 2^{n-2} \quad (۳) \quad N \quad (۲) \quad N-1 \quad (۱)$$

۶۳ - در متنی  $n$  کاراکتر وجود دارد که فراوانی آنها از تصاعد هندسی با جمله اول  $a$  و قدرنسبت  $q = 2$  تبعیت می‌کند. در مورد هزینه کد پیشوندی هافمن کدام گزینه صحیح است؟

$$a(2^{n+1} - n - 3) \quad (۱) \quad a(2^{n+1} + n - 3) \quad (۲) \quad a(2^{n+1} - 2n - 2) \quad (۳) \quad a(2^{n+1} - n + 3) \quad (۴)$$

۶۴ - یک آرایه‌ی  $A = [1..n]$  را  $k$ -مرتبه می‌گوییم اگر برای هر  $i$  که  $k < i \leq n - k$  داشته باشیم:

$$A[i - k] \leq A[i] \leq A[i + k]$$

مثلاً عناصر ۱ ۴ ۲ ۶ ۳ ۷ ۵ ۸ (از چپ به راست) یک آرایه‌ی ۲-مرتبه است. در یک آرایه ۲-مرتبه با  $2N$  عنصر، حداکثر اختلاف بین اندیس یک عنصر در این آرایه و اندیس همان عنصر اگر آرایه ۱-مرتبه می‌بوده چند است؟

$$2N - 1 \quad (۴) \quad \frac{N}{2} \quad (۳) \quad 2 \quad (۲) \quad N \quad (۱)$$

۶۵ - عدد نامرتب و نامساوی داده شده‌اند. می‌خواهیم جمع کوچکترین  $\sqrt{n}$  عددهای این اعداد را پیدا کنیم. یک الگوریتم کارا این مسئله را در چه زمانی می‌تواند حل کند.

$$O(\sqrt{n} \lg n) \quad (۴) \quad O(n \lg n) \quad (۳) \quad O(n) \quad (۲) \quad O(\sqrt{n}) \quad (۱)$$

۶۶ - یک درخت AVL درختی است متوازن که در تمامی گره‌ها، اختلاف عمق بین دوزیر درخت آن گره حداکثر یک باشد. اگر این درخت را از گره دلخواه  $x$ ، split نمائیم. کمترین هزینه برای حفظ دو درخت به وجود آمده با ساختار AVL چقدر است؟ ( $n$  را تعداد عناصر درخت در نظر بگیرید).

$$\log(n) \quad (۴) \quad n \log(n) \quad (۳) \quad n^2 \quad (۲) \quad n \quad (۱)$$