۳۸ ـ الگوریتم pancake sort بر اساس رفتار آشپزها با پن کیک بنا شده است. فرض کنید n عدد پن کیک بر روی هم قرار گرفته‌اند و بر روی هر کدام عددی نوشته شده است که قابل رؤیت می‌باشد. تنها کار ممکن فرو کردن کفگیر قبل از یک پن کیک خاص و وارونه کردن همه پن کیک‌های بالای کفگیر است. این کار را عمل « وارون» می‌گوییم که می‌تواند از هر جا انجام شود. هدف از این الگوریتم مرتب کردن صعودی اعداد روی پن کیک‌ها با استفاده از کم‌ترین تعداد عمل « وارون » است. اگر تعداد $n \geq ۶$ باشد با چه تعداد عمل وارون می‌توان یقیناً اعداد را مرتب کرد؟ (کمترین گزینه را علامت بزنید.)

۱) n ۲) $n-۱$ ۳) $۲n-۱$ ۴) $۲n-۲$

---

۳۹ ـ در مورد رابطه بازگشتی زیر کدام گزینه صحیح است؟

$T(n) = ۴T(\sqrt{n}) + ۱ \quad T(۲) = ۱$

۱) $T(n) = \frac{۱}{۳}(\log n)^۲ - \frac{۴}{۳}$ ۲) $T(n) = \frac{۴}{۳}(۴)^n - \frac{۱}{۳}$ ۳) $T(n) = \frac{۴}{۳}(\log n)^۲ - \frac{۱}{۳}$ ۴) $T(n) = \frac{۴}{۳}(n)^۲ - \frac{۱}{۳}$

---

۴۰ ـ حالت خاصی از مسئله برج هانوی را در نظر بگیرید. ۱۰۰ سکه با شماره‌ها (و اندازه‌های) ۱ تا ۱۰۰ موجودند. از این تعداد $n_۱$ عدد در میله‌ی شمارهٔ ۱ (با شماره‌های دلخواه) به ترتیب از بزرگ به کوچک (از پایین به بالا)، و بقیه در میله شماره ۳ با همین نظم و ترتیب قرار دارند. می‌خواهیم با حفظ همه مقررات برج هانوی، همهٔ سکه‌ها را به میله شماره ۳ منتقل کنیم. حداقل تعداد حرکت‌ها در بدترین حالت حرکت سکه‌ها چند تاست؟

۱) $۲^{۱۰۰} - ۱$ ۲) $۲^{۱۰۰} + ۱$ ۳) $۲^{۱۰۱} - ۱$ ۴) $۲^{۱۰۱} + ۱$

---

۴۱ ـ در باشگاهی قرار است مسابقات والیبال برگزار شود به این ترتیب که بین $n = ۲^k$ تیم شرکت کننده اول $\frac{n}{۲}$ مسابقه صورت می‌گیرد. سپس بین تیم‌های برنده و نیز بین تیم‌های بازنده دوباره به همین شکل مسابقاتی برگزار می‌شود (در هر مرحله هر تیم برنده با یک تیم برندهٔ دیگر از همان مرحله مسابقه می‌دهد و همینطور برای تیم‌های بازندهٔ آن مرحله) و در هر مرحله مسسابقات به همین منوال ادامه پیدا می کند تا زمانی که به گروه‌های یک تیمی برسیم. تعداد کل بازی‌ها برای $n = ۱۲۸$ برابر است با: (نتیجهٔ مساوی نداریم).

۱) ۳۲۰ ۲) ۴۴۸ ۳) ۵۷۶ ۴) ۷۰۴

---

۴۲ ـ می‌خواهیم قطر یک درخت آزاد $G = (V, E)$ (گراف بدون جهت و غیر سیکلی و بدون وزن) را پیدا کنیم. قطر بیشترین فاصله دو گره در گراف است. این کار در بهترین حالت با چه مرتبه‌ای می‌تواند انجام شود.

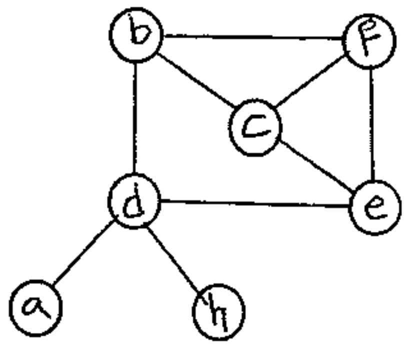
۱) $O(|V||E|)$ ۲) $O(|V|)$ ۳) $O(|V| lg |V|)$ ۴) $O(|V|^۲)$

---

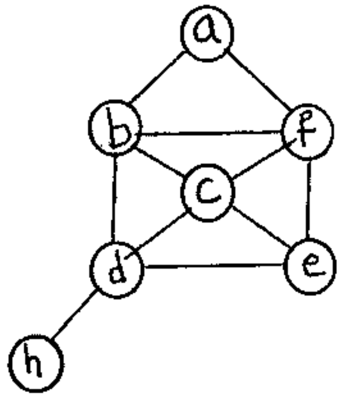
۴۳ ـ دو گراف زیر و دو پیمایش DFS و BFS روبرو مفروض هستند:

$DFS : cbfedha$

$BFS : cbfedah$



گراف ۲



گراف ۱

۱) این دو پیمایش برای هر دو گراف درست هستند.

۲) این دو پیمایش برای هر دو گراف غلط است.

۳) DFS داده شده برای هر دو درست است ولی BFS فقط برای گراف ۱ درست است.

۴) BFS برای هر دو درست است ولی DFS فقط برای گراف ۲ درست است.

---

۴۴ ـ ماتریس B از روی گراف $G = (V, E)$ به صورت زیر به دست آمده است:

$$b_{ij} = \begin{cases} -1 & \text{اگر یال } j \text{ ، گره } i \text{ را ترک کند.} \\ 1 & \text{اگر یال } j \text{ ، به گره } i \text{ وارد شود.} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

ماتریس $C = B.t_B$ (t_B، ترانهاده B است) چه را نشان می‌دهد؟ می‌توان:

۱) با مقدار C_{ij} تعداد دورهای بین گره‌های V_i و V_j را تعیین کرد.

۲) با مقدار C_{ij} تعداد یال‌های از V_j و V_i را تعیین کرد.

۳) با مقدار C_{ij} تعداد یال‌های از V_i و V_j را تعیین کرد.

۴) با مقدار C_{ij} تعداد یال‌های بین گره i و j را تعیین کرد.
