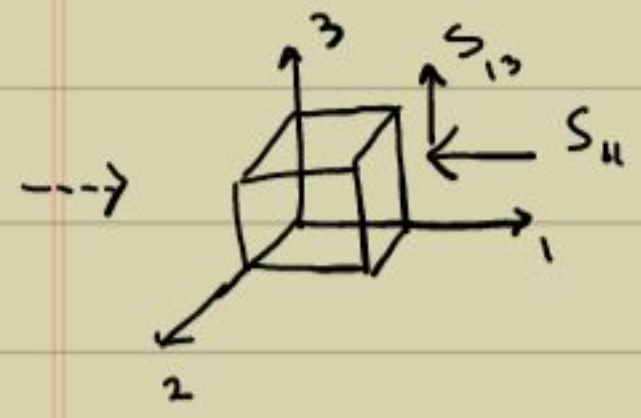
تنش — Stress



المان مکعبی به ابعاد d

اندازه نیرویی که به سطح عمود بر $\hat{e}_i$ وارد می‌شود $= d^2 S_{ij}$

ولی در جهت j وارد می‌شود

این نیرو باید به صورت متقارن از دو سو وارد شود وگرنه در حد $d \to 0$

گشتاور بینهایت خواهیم داشت

$$F \sim d^2 \quad , \quad m \sim d^3 \rightarrow a \sim d^{-1}$$

تنش فشاری $i = j$

$S_{ij} \begin{cases} P_i & i = j \\ S_{ij} & i \neq j \end{cases}$

تنش برشی

- پس یک تانسور 3×3 است که عناصر قطر آن فشار هستند.

- استدلال مشابهی نشان می‌دهد که تانسور متقارن است

گشتاور حول $\hat{e}_3 \sim d^3 (S_{12} - S_{21})$

ممان اینرسی $\sim d^2 m \sim d^5$ $\boxed{\tau = I\alpha}$

شتاب زاویه‌ای $\sim d^{-2}$ $(d \to 0 \Rightarrow \alpha \to \infty$ or $S_{12} = S_{21})$

$$S_{12} = S_{21} \equiv S_3$$

∴ تانسور تنش متقارن است و ۶ مولفه مستقل دارد.

$$\begin{pmatrix} P_1 & & \\ S_3 & P_2 & \\ S_2 & S_1 & P_3 \end{pmatrix}$$

با ترکیب خواص تانسور ها:

$$\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} P_1 & S_3 & S_2 \\ S_3 & P_2 & S_1 \\ S_2 & S_1 & P_3 \end{pmatrix}$$

$Trace = P_1 + P_2 + P_3 = 3P$

ناوردا تحت دوران

دوران حول 3 $R = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$P = \frac{1}{3}(P_1 + P_2 + P_3)$

فشار متوسط

$$S'_{11} = P'_1 = R_{1i} R_{1j} S_{ij} =$$

$$= R_{11}(R_{11} S_{11} + R_{12} S_{12} + R_{13} S_{13})$$
$$+ R_{12}(R_{11} S_{21} + R_{12} S_{22} + R_{13} S_{23})$$
$$+ R_{13}(R_{11} S_{31} + R_{12} S_{32} + R_{13} S_{33})$$

$$= \cos^2\theta P_1 - \cos\theta \sin\theta S_3 + 0$$
$$- \sin\theta \cos\theta S_3 + \sin^2\theta P_2 + 0$$
$$0 + 0 + 0$$

① $$P'_1 = \cos^2\theta P_1 + \sin^2\theta P_2 - 2\sin\theta\cos\theta S_3$$

$$S'_3 = S'_{12} = R_{1i} R_{2j} S_{ij}$$
$$= \cos\theta \sin\theta P_1 + \cos^2\theta S_3 + 0$$
$$- (\sin^2\theta S_3 + \sin\theta\cos\theta P_2 + 0) + 0 =$$

② $$S'_3 = \cos\theta\sin\theta(P_1 - P_2)$$

در شاره در حال تعادل

$$S_1 = S_2 = S_3 = 0$$

متتل از دستگاه $S_i' = 0$

② رابطه $\rightarrow$ $P_1 = P_2$

متح برآ $P_1 = P_2 = P_3 = P$

پس در شاره در حال تعادل

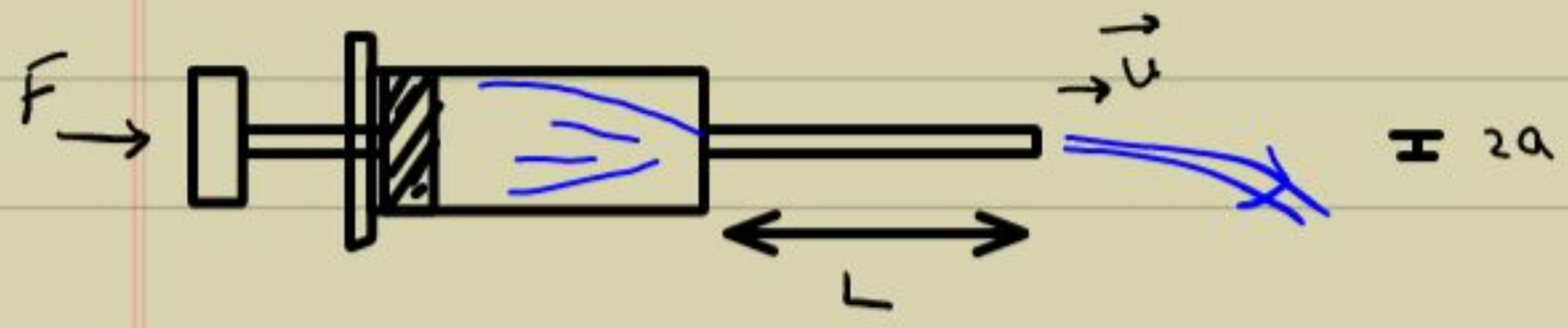
فقط یک مولفه تنش وجود دارد

و آن هم فشار است.

$\underline{\underline{S}} = -P\,\underline{\underline{I}}$

(قانون پاسکال)

- جریان داخل سرنگ



بررسی در حالت پایا: در هر نقطه سرعت ثابت است و می‌توان به دستگاه گفت رفت که سرعت صفر باشد.

پس بنا به قانون پاسکال فشار اسکار خون تعریف است.

اعضای تخمین ها:

$V \approx 3\ mL$

$L \approx 3\ cm \qquad a \simeq 0.2\ mm$

زمان تخلیه $\simeq 10\ s$

$$Q = \frac{3\ mL}{10\ s} = u.A = u\pi a^2$$

$$u \simeq \frac{3 \times 10^{-6}}{10 \times 3 \times 4 \times 10^{-8}} = 2.5\ \frac{m}{s}$$

- شبیه با تخمین سرعت از روی ارتفاع مایع بعد از خروج (حدود 30 cm for $2.5\ m/s$)

« آیا این سرعت زیاد است یا کم؟ »

- کمیت های بدون بعد

- عدد ماخ Mach Number

$$M \equiv \frac{\text{سرعت}}{\text{سرعت صوت}} = \frac{u}{u_s}$$

$$u_s = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho}}$$

$$M = u\sqrt{\beta\rho}$$

- عدد رینولدز: Reynolds Number

$$R = \frac{2\rho a u}{\eta} = \frac{2au}{\nu} \quad , \quad \nu \equiv \frac{\eta}{\rho}$$

گرانروی سینماتیک

$$\nu_w \approx 10^{-6} \frac{m^2}{s} \quad , \quad u_s = 1500 \ m/s$$

در مورد کرنش

$$M = \frac{2.5}{1500} \approx 2 \times 10^{-3}$$

$$R_e = \frac{2 \times 0.2 \times 10^{-3} \times 2.5}{10^{-6}} \approx 10^3$$

این کمیت ها بدون بعد هستند ولی می توانند در شبیه‌ی مختلف شاره متفاوت باشند